Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 2

№1

Пусть Маша ест (m) ягод/минуту, Кирилл (k) ягод/минуту; Артур - (a) ягод/мин.

№6 Пусть одна корзиночка содержит (x) ягод. Тогда:

$$\begin{cases} \frac{x}{m+k} = 10 \\ \frac{x}{a+k} = 15 \\ \frac{x}{a+m} = 18 \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{cases} 10m + 10k = x \mid \cdot 3 \\ 15a + 15k = x \mid \cdot 2 \end{cases} - \right)$$

$$18a + 18m = x$$

$$\begin{cases} 30m + 30k = 3x \\ 30a + 30k = 2x \end{cases} -$$

$$30m - 30a = x \Rightarrow 30m - 30a = 18a + 18m$$

$$48a = 12m \quad \boxed{4a = m}$$

Можно использовать оборот листа для записи решений

$10 \cdot 4a + 10k = 15a + 15k$

$40a = 15a + 5k$

$\boxed{35a = k}$

что спрашивают?

$\frac{x}{a+m} = 18$ мин.

$\frac{x}{a+4a} = 18$

$\boxed{\frac{x}{5a} = 18}$ → $\frac{2x}{a+m+k} = ?$

$\frac{2x}{a+4a+5a} = \frac{2x}{10a} = \frac{x}{5a} \Rightarrow 18$ мин.

Ответ: 18 минут.

мин

$$\left| \frac{x^3 + (x-2)^2 - |x^2 - 2|x - 12|}{\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - x} \right| = a^2 + 2$$

1) Поработаем со знаменателем:

$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - x$ ~~Пусть~~ поработаем с этой дробью.

Пусть $\sqrt{48} : \sqrt{3} = t$. Получается,

что $t \cdot \sqrt{3} = \sqrt{48}$ | • в квадрат обе части

$t^2 \cdot 3 = 48$

olymp.bmstu.ru

μч

$t^2 \cdot 3 = 48 \mid :3$

$t^2 = 16$

$t = \pm 4$

Объясним, что $t \neq -4$:

$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$ ← положительное

← положительное

$t = 4$. и только 4.

Вернемся к изначальному урав.

$$\left| \frac{x^3 + (x-2)^2 - (x^2-2)x - 12}{4-x} \right| = a^2 + 2$$

$$\left| \frac{x^3 + x^2 - 4x + 4 - x^3 + 2x - 12}{4-x} \right| = a^2 + 2$$

$$\left| \frac{x^2 - 2x - 8}{4-x} \right| = a^2 + 2$$

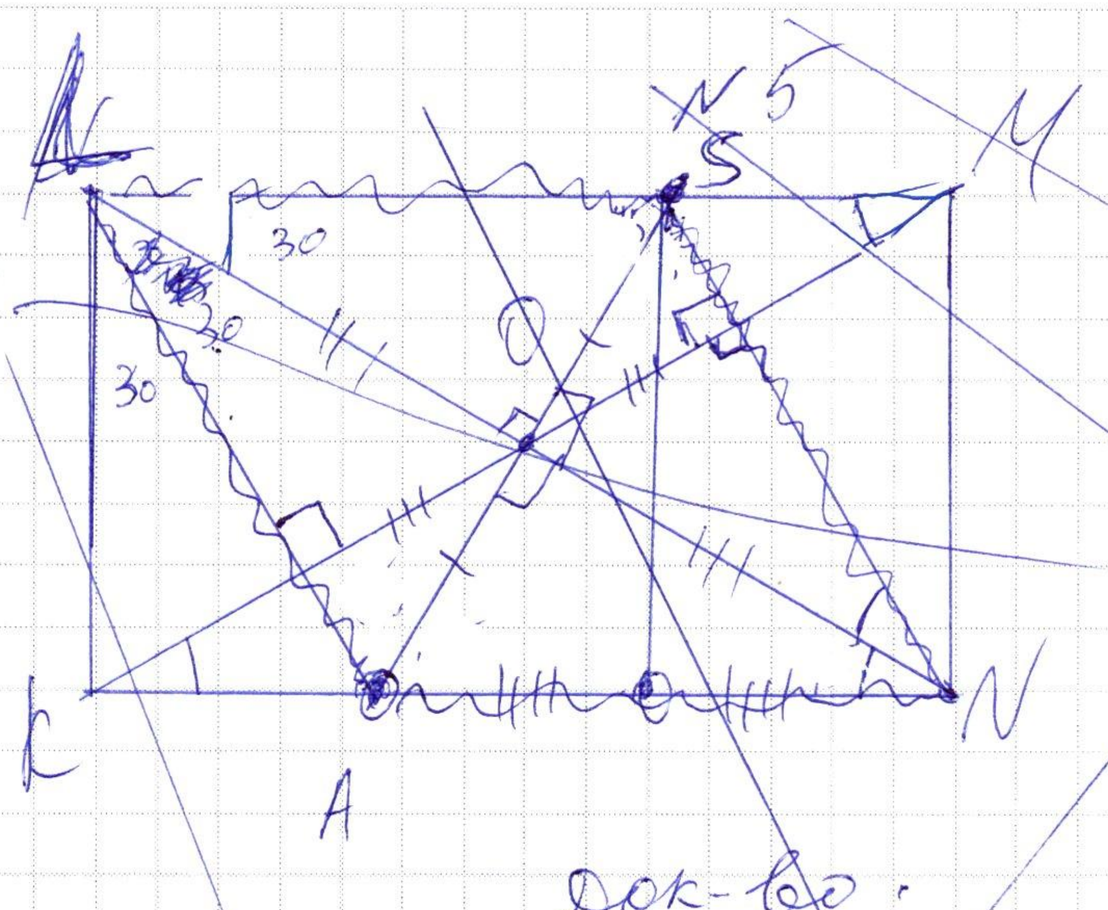
$$\begin{cases} \left| \frac{x^2 + 2x - 4x - 8}{4-x} \right| = a^2 + 2 \\ \left| \frac{x(x+2) - 4(x+2)}{4-x} \right| = a^2 + 2 \end{cases}$$

$$\left| \frac{(x-4)(x+2)}{(4-x)} \right| = a^2 + 2 \qquad \left| -(x+2) \right| = a^2 + 2$$

$$x + 2 = a^2 + 2$$

$$\boxed{x = a^2}$$

Ответ: при любых, т.к. $x = a^2$

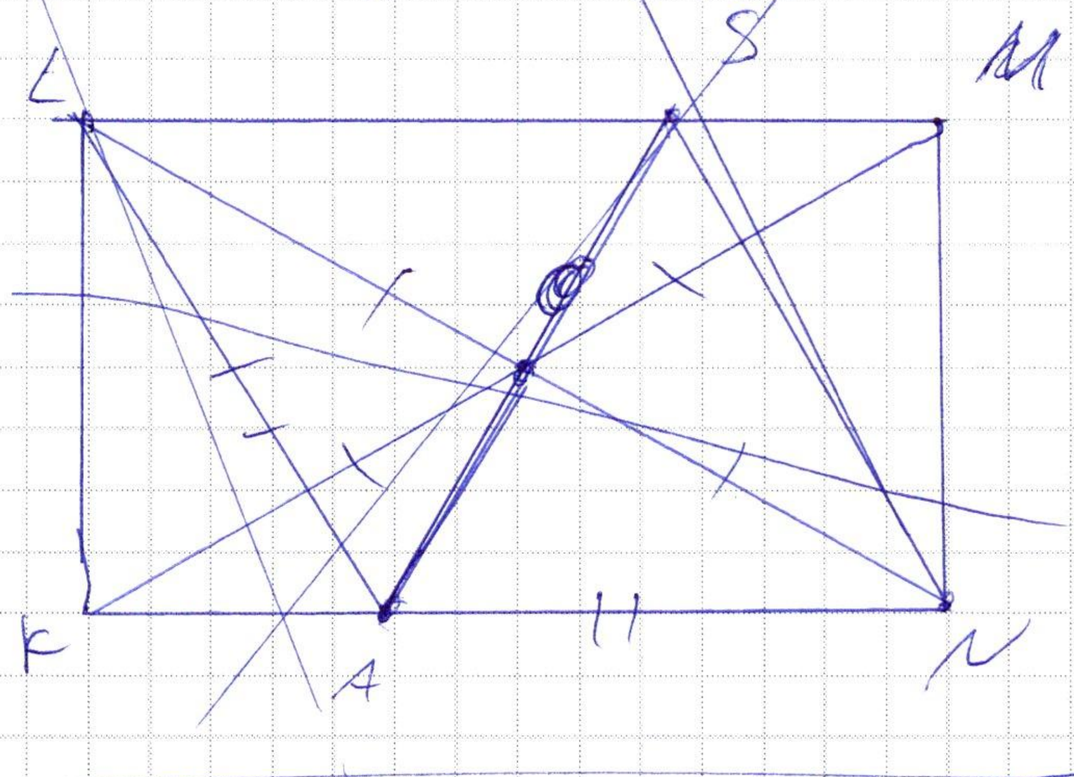


Итоговый рисунок

Ответы: 1) 1:2

2) $\frac{S}{S_{LA}} = 1$

Док-во:



1)

Проведём SN.

Не проверять

№2

$(y-1)(4x+8) = 3x^2 - x - 14$

$(y-1)(4x+8) = 4x^2 - 16 - x^2 - x + 2$

$(y-1)\cdot 4(x+2) = (2x-4)(2x+4) - x^2 + 1 - x + 1$

$(y-1)\cdot 4(x+2) = 2(x-2)(2x+4) - (x-1)(x+1) - (x-1)$

$(y-1)(4x+8) = 4(x-2)(x+2) - (x-1)(x+2)$

$(y-1)\cdot 4\cdot(x+2) = (x+2)(4x-8-x+1)$

$0 = (x+2)(3x-7-4y+4)$

$0 = (x+2)(3x-3-4y)$

~~$x=-2$~~ $\boxed{x=-2}$ или $3x-3-4y=0$

$3x+9-12-4y=0$

$3(x+3)-4(y+3)=0$

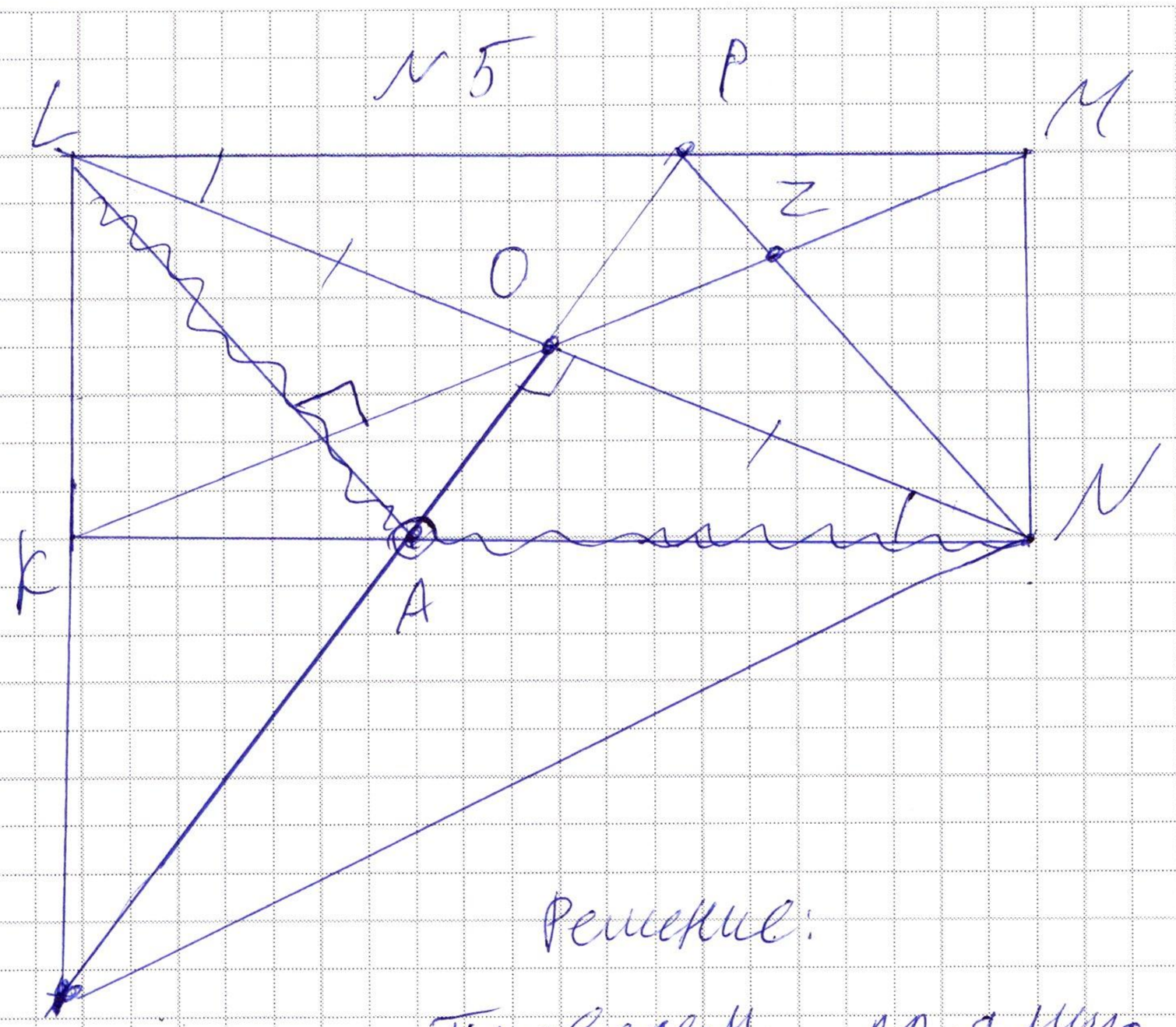
$3(x+3) = 4(y+3)$

olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2



Решение:

Проведем прямую AO до пересечения со стороной LM.

1) Пусть т. пересечения – т. P.
Соединим PN.

2. Докажем, что ALPN – ромб:

$\triangle LAN$ – п/б (дано) $\Rightarrow$ медиана (т. пересечения диагоналей) = высота = биссектриса

$\angle PLO = \angle ONA$ (накрест лежит)

$\angle AON = 90 = \angle LOP$ (верт.) $LO = ON$ – диагонали прямоугольника т. пересеч. делят друг друга пополам и равны между отрезка. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle LOP = \triangle AON$ (по II признаку) $\Rightarrow$

Можно использовать оборот листа для записи решений

$\Rightarrow LP = AN$, $LP \parallel AN$ (дано) $\Rightarrow$

$\Rightarrow ALPN$ – парал. Равные 2 соседние стороны $\Rightarrow$ ромб.

3) $\angle A \parallel PN$ (доказали) $\Rightarrow \angle OZN$

(пусть T Z – пересечение PN и MO)

$\angle OZN = 90°$ как ~~соо~~ накрест лежащие.

$\angle PNO = \angle ONA$ потому что ~~[illegible]~~ их разделяет диагональ ромба $\Rightarrow$ биссектр.

$KO = ON$ (диагонали) $\Rightarrow \angle ONK = \angle OKN$ (равнобедренность)

Теперь рассмотрим ΔKZN: $\angle KZN = 90$

Думаю, никто спорить не будет, что $\angle ZKN = \angle ZNO = \angle ONA$. $\angle ZKN = \frac{\angle ZNK}{2}$

Оказывается, есть много равносторонних Δ, например. ΔALP, ΔPNA;

ΔSLN – пока не доказано, но очевидно.

и) Рассмотрим ΔKLA: $\angle KKA = 90°$; $KLA = 30$; (90 – 30 – 30); $\angle LAK = 60$;

ст. $KA = \frac{1}{2} LA$ (лежит против угла 30 градусов).

Значит $KA : AN = 1:2$ – первый ответ.

з) ΔSLN – равносторонний, потому что: SO – высота + медиана $\Rightarrow SL = SN$, $\angle SLN = 60 =$

$\Rightarrow$ все углы по 60°; Достроим для ΔLPS: (пусть $LP = x$) $(2x)^2 = x^2 + SL^2$

и $x^2 = x^2 + SL^2$ $3x^2 = SL^2$ $\frac{SL}{\sqrt{LA \cdot 3}} = 1$ $SL = \sqrt{3 \cdot AL}$

$\sqrt{3x^2} = SL$ Ответ: 1) $\sqrt{3}$ 2) 1:1 3) 1:2

olymp.bmstu.ru